التمرين الأول:(04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. (P) المستوي الذي معادلة له $x+y-z+2=0$

1. أ) تحقق أن النقطة $I(0;-1;1)$ تنتمي إلى (P).

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) العمودي على (P) في I.

جـ) تحقق أن النقطة $\Omega(1;0;0)$ تنتمي إلى المستقيم (D).

2. (C) الدائرة من (P) التي مركزها I ونصف قطرها 1 و (S) سطح الكرة الذي مركزه Ω ويقطع المستوي (P) في الدائرة (C).

أ) بين أن نصف قطر (S) هو 2. ب) عين معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

3. m عدد حقيقي و (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث:

$$x^2+y^2+z^2+mx+(m+2)y-(m+2)z+2m+1=0$$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي m، (S_m) سطح كرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ب) بين مجموعة النقط I_m هي المستقيم (D) عندما يتغير m.

التمرين الثاني : :(05 نقط)

1-نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة E : $z^2-4iz-2+2i\sqrt{3}=0$.

أ-تحقق أن العدد المركب : $z_1=1+i(2-\sqrt{3})$ حل للمعادلة E .

ب- أستنتج z_2 الحل الثاني للمعادلة E .

2-بيّن أن : $z_1^2=4(2-\sqrt{3})e^{\frac{\pi}{6}i}$. ثم أكتب z_1 على الشكل المثلثي.

3-في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطتين A، B و C التي لواحقها على الترتيب: z_1، z_2 و $z_3=2i+2e^{\frac{\pi}{7}i}$ والتكن s الدائرة التي قطرها AB

أ-حدد z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة s .

ب-بيّن أن النقطتين O و C تنتميان للدائرة s .

4- لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن A لاحقتها z والتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\frac{z_B-z}{z_A-z}$ عددا حقيقيا موجب تماما.

أ- أعط تفسيرا هندسيا لعمدة $\frac{z_B-z}{z_A-z}$ ، ثم عيّن حينئذ المجموعة (Γ).

ب-عين العناصر المشتركة للمجموعة s $\cap(\Gamma)$

التمرين الثالث: :(04 نقط)

1) عيّن الثنائيات $(a;b)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث : $PGCD(a;b)=48$ وَ $PPCM(a;b)=2160$.

2) عيّن الأعداد الصحيحة x التي تحقق : $9x\equiv 17[5]$.

3) إستنتج مما سبق حلول المعادلة $432x-240y=816$ ، حيث x وَ y عددان صحيحان .

4) n عدد طبيعي باقي قسمته على 9 هو 2 ، وَباقي قسمته على 5 هو 3 :

أ) بيّن أنَ باقي قسمة n على 45 هو 38 .

ب) إستنتج قيمة n علما أنه محصور بين 1980 وَ 2025 .

5-أ)حلّل 2016 إلى جداء عوامل أوّلية ،ثمّ جد الأعداد الطبيعية التي مربّع كل منها يقسم 2016

ب) في أيّ نظام تعداد يكتب 2018 على الشكل : $\overline{1202}^{x}$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

أ-g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$

1-أدرس تغيرات الدالة g.

2-بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0,5<\alpha<0,6$ يحقق: $g(\alpha)=0$ واستنتج إشارة $g(x)$

ب-نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $x>0$; $f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ و $f(0)=0$

نرمز بـ (C) للمنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 5cm

1- أ) أحسب نهاية $x.f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$

ب)إستنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ و فسّر النتيجة بيانيا.

2- أ) أثبت أن : $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب) بيّن أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=g(x)$

جـ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}$ أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة .

د) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=0$ ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدالة f ؟

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- أرسم بعناية المنحني (C) الممثل للدالة f

5- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=f(e^x)$

أ-ادرس تغيرات الدالة h .

ب-أنشئ التمثيل البياني للدالة h.